

**AA-1185**  
**(005) B.Sc. (Part-II)**  
**Term End Examination, 2021-22**  
**MATHEMATICS**  
**(Paper-II)**  
**Differential Equations**

Time : 3 hrs. ]

[ Maximum Marks : 50

नोट — सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Answer all questions. All questions carry equal marks.

## [इकाई-I / Unit-I]

1. (क) घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :  $(1-x) \frac{dy}{dx} = y$

Solve by power series method :  $(1-x) \frac{dy}{dx} = y$ .

(ख) सिद्ध कीजिए : (Prove that)  $\frac{d}{dx} (J_n^2 + J_{n+1}^2) = 2 \left( \frac{n}{x} J_n^2 - \frac{n+1}{x} J_{n+1}^2 \right)$

अथवा/OR

(क) सिद्ध कीजिए : (Prove that)  $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

(ख) निम्न स्टर्म ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन मानों और आइगेन फलकों को ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

Find all eigen value and eigen function of the following Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

## [इकाई-II / Unit-II]

2. (क) मान ज्ञात कीजिए : Find the value of :

(i)  $L(\sin \sqrt{t})$       (ii)  $L(J_0(t))$

(ख) हल कीजिए :

$$(D^2 + 6D + 5)y = e^{-t} \text{ यदि } y(0) = 0, y'(0) = 1$$

Solve :

$$(D^2 + 6D + 5)y = e^{-t} \text{ if } y(0) = 0, y'(0) = 1$$

अथवा/OR

(क) मान ज्ञात कीजिए :

Find the value of :  $L^{-1} \left\{ \frac{1}{P(P+1)^3} \right\}$

(ख) सिद्ध कीजिए :  $\int_0^{\infty} (\sin x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ .

Prove that :  $\int_0^{\infty} (\sin x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

**[इकाई-III / Unit-III]**

3. (क) स्वेच्छ फलन  $f$  को विलोपित कर आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$z = f(y/x)$$

Find the partial differential equation by eliminating the arbitrary function  $z = f(y/x)$ .

(ख) हल कीजिए : (Solve)  $p + q = pq$

**अथवा/OR**

(क) हल कीजिए : (Solve)

$$p^2 + q^2 = x + y$$

(ख) चारपिट विधि से हल कीजिए : (Solve by Charpits method)

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

**[इकाई-IV / Unit-IV]**

4. (क) निम्न आंशिक अवकल समीकरण का वर्गीकरण कीजिए :

Classify the following partial differential equation:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 3 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(ख) हल कीजिए : (Solve)

$$(D^2 - 5DD' + 6D'^2) z = e^{x+y}$$

**अथवा/OR**

(क) हल कीजिए : (Solve)  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$

(ख) हल कीजिए : (Solve)  $(D^2 + DD' + D' - 1)z = \sin(x + 2y)$

**[इकाई-V / Unit-V]**

5. (क) विचरणों के कलन का मूल प्रमेयिका को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental lemma of the calculus of variations.

(ख) फलन  $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (1 + xy' + xy'^2) dx$  का चरम मान ज्ञात कीजिए।

Find the extremal of the functional  $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (1 + xy' + xy'^2) dx$

**अथवा/OR**

(क) वक्रों की समीपता को समझाइये।

Explain the proximity of curves.

(ख) सिद्ध कीजिए कि फलन  $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)} dx$  के चरम परवलय होंगे।

Prove that the external of the functional

$$I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)} dx \text{ will be parabola.}$$